

Problem: Eating Soil II

题目大意：经典的物资调动问题，两个点之间的代价是欧式距离的平方和。

非常简单的网络流问题，但是这道题有个坑点，就是欧式距离的平方和并不是一个合法的距离，也就是三角不等式不一定成立。如果你的模型是拆点然后连边的时候做了优化，可能会得出错误的结果。

Problem: Mathematics II

题目大意：1~n 所有排列中，满足特定要求 ($i < j, k < l, a_i < a_j, a_k > a_l$ and i, j, k, l are different.) 的四元组个数。

这道题是一道计数问题，做法很多，这里提供一种思路。

考虑容斥，先求出顺序对个数乘以逆序对个数的期望。这一步可以这么做：

$F(n)$ 表示 1~n 排列中，顺序对个数乘以逆序对个数的期望。考虑某个 1~n 的排列，假设最后一位数字为 k ，那么它会贡献 $k-1$ 个顺序对， $n-k$ 个逆序对。假设前 $n-1$ 位有 x 个顺序对， y 个逆序对，那么这个排列的顺序对乘以逆序对的个数为

$(x+k-1) \cdot (y+n-k) = x \cdot y + (n-1) \cdot (x+y) + (k-1) \cdot (n-k)$ 。前面的 $x \cdot y$ 的期望就是 $F(n-1)$ ， $(x+y)$ 刚好等于 C_{n-1}^2 ， $(k-1) \cdot (n-k)$ 的期望可以用等差求和、平方和公式组合：

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (k-1) \cdot (n-k) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} (n-1)k - k^2$$

于是 $F(n) = F(n-1) + (n-1) \cdot C_{n-1}^2 + E_k[(k-1) \cdot (n-k)]$ 可以递推求解。

不合法的情况只可能是 i, j, k, l 不全相等，列举所有的情况有：

1. $i < j < k, a_i < a_j, a_j > a_k$
2. $i < j < k, a_i > a_j, a_j < a_k$
3. $i < j, i < k, a_i > a_j, a_i < a_k$
4. $i < k, j < k, a_i < a_k, a_j > a_k$

上面每一项有两种情况（例如讨论第一项中 a_i, a_k 的关系）。其实这些情况本质上是等价的，可以通过数值颠倒，数值和下标互换位置导出。对于长为 n 的个序列中的任意三给位置 $i < j < k$ ，会有 6 种排列方式，其中会匹配八种不合法方案。所以长为 n 的序列中，有多算 $n! \cdot C_n^3 \cdot \frac{8}{6}$ 种不合法情况，从 $F(n)$ 中减去即可。

Problem: Two Squares

题目大意：两个正方形覆盖平面上所有的圆。

很容易想到先二分，然后判定是否合法。很容易想到正方形的位置必然在包住所有圆的矩形的两个角，只有两种情况，唯一麻烦的是判断两个正方形是否能包住圆。验题人踩过一个坑，两个正方形不一定要将圆所在的外接正方形包括进去（下图一）。一个做法是：分情况，如果两正方形无交集，判断所有圆是否全部在其中某个正方形内即可；如果两正方形有交集，考虑包住所有圆的大矩形中，正方形未覆盖的部分（是两个矩形，下图二）和所有圆是否有交。

