Editorial For Summer 2018 - Selection Contest 8

Chenjb

2018 年 5 月 13 日

A Have Fun with Stones

来源

本题源自 2017 - Zhejiang Provincial。

题解

1. 如果没有 1 型和 2 型两种石子堆，则就是普通 NIM 游戏

2. 对于某个 1 型石子堆，而这堆石子个数大于 1，则 Alice 必须在第一次取的时候就把它取光或者留下 1 个，不然 Bob 取完之后 Alice 再也不能一次取完所有石子了。这样当 Bob 必输态时取这堆石子就会变成必胜态了。

3. 对于某个 2 型石子堆，则有两种情况：(1) 如果是奇数个石子，那么 Bob 必胜，因为这堆石子最后剩下 1 个的时候只有 Bob 能取而 Alice 不能取，这样当 Bob 面临必输态的时候取这颗石子就变成 Bob 必赢态了，而 Alice 束手无策。(2) 而如果是偶数，类似 2 中，Alice 就必须在一开始就把这堆石子全部取掉，不然 Bob 取完之后能够让这个石子堆变成奇数个，这样就回到 (1) 了。

因此，如果没有 1 型或 2 型石子堆，就按普通 NIM 游戏，将石子堆异或起来，值大于 0 则先手必胜。否则，按照 2 和 3 中的操作方法，将那一堆“不公平”的石子取掉或变成“公平”的，这时实际上就变成了 Bob 先手的普通 NIM 游戏。如果需要改变的“不公平“的石子堆不止一堆，或者有一个奇数个石子的 2 型石子堆，则 Alice 输定了。

B Sub’s Function

来源

本题源自叶梓成。

题解

写出式子可以发现 ANS=(a[l]+a[l+1]+..+a[r])*x+(b[l]+b[l+1]+..+b[r])，对于第一段和第三段函数相当于 a=0,b=y，用主席树维护每一种 x 对应的 a，b 的区间和即可。

C Chenjb's Knuth-Morris-Pratt Algorithm

来源

本题源自 2017 年七月集训个人选拔赛第 14 场。

题解

把 S 串倒过来，第一次只把 A 的赋值为 1，其他赋值为 0。然后 T 串每一位赋值为 d(A,A), d(A,C), d(A,T), d(A,G) 两个数组 $n \log n$ 求卷积第二次只把 T 的赋值为 1……之后同理。然后最后把四个的答案加起来，在合法位置取最小值

注意，逆 dft 可以把四次答案加起来再做，这样就会从 12 次 dft 优化到 9 次。

刘明锐同学去年曾经用一个 24 次 dft 的代码过了这道题，但是现在被出题人卡掉了。

D Houjikan's Sprague-Grundy Function

来源

本题源自 2017 年七月集训个人选拔赛第 14 场。

题解

这是一道较简单的博弈题。

显然，终结状态为 (1,1,1)，达到此状态者败。考虑 A、B、C 的奇偶性，其组合有：(1) 三堆石子均有奇数个。(2) 三堆石子两堆为奇数，一堆为偶数。(3) 三堆石子一堆为奇数，两堆为偶数。(4) 三堆石子均有偶数个。

对情况 (1)，要么经过一次操作后转化为情况 (2)，要么为终结状态。

对情况 (2)，一定可以通过一次操作转化为情况 (1)。

对情况 (3)，也一定可以通过一次操作转化为情况 (1)。

所以，如果初始石子数为情况 (1)，则必败；如果为情况 (2) 或 (3) 则必胜。

对于情况 (4)，可能的操作有通过一次操作转化为情况 (2) 或者情况 (4)，如果采用前一种，那对手必胜，所以尽量将操作保持为情况 (4)，直到到达状态"三堆石子拿走任何一堆，剩下的两堆均不能被分为两个偶数堆"的状态为止。显然，这个状态只能为 (2,2,2)。从初始状态到状态 (2,2,2)，所有操作均保持所有堆有偶数个石子。所以初始状态 (A,B,C) 的胜负性等价于 (A/2,B/2,C/2)。

因此，对任何的 (A,B,C)，若为前三种情况，则直接进行判断，否则将石子不断同步除以 2，直到某一堆石子个数为奇数为止，再进行判断即可。由于只需要进行除 2 运输，所以算法的效率是 log 级别的。

E Subset

来源

本题是签到题。

题解

略。

F Pie

来源

本题是签到题。

题解

略。