

Summer 2018 Selection Contest 5 Solution

By Reconquista @ ZJU

April 22, 2018

Expected Difficulty

Easy: C

Medium: $A \approx F < D < B$

Hard: E

A. Max and Min

答案转化为求 $max - min \leq high$ 的方案数减去 $max - min \leq low - 1$ 的方案数。枚举左端点，右端点越大， $max - min$ 越大，用two pointers即可。

时间复杂度: $O(n)$

Prepared by Zhenwei Liu

B. Pick Stones

设 $dp[i]$ 表示最后一个选的是第 i 个石头的答案。则

$$dp[i] = value[i] + \max(dp[j]) \quad (j + R[j] < i, j < i - L[i])$$

其中 $j < i - L[i]$ 的限制就是一个前缀最大值。用线段树或者树状数组维护。

而 $j + R[j] < i$ 的限制只要在计算 $dp[j + R[j]]$ 的时候将 $(j, dp[j])$ 插入线段树或者树状

数组即可。

时间复杂度: $O(n \log n)$

Prepared by Zhenwei Liu

C. Puzzle with pieces

如果 $M < 2N$, 则显然没有必要用小的块合成大的块, 答案就是 $M/2$.

否则, 先把 $2N$ 个小的块和已有的 N 个大块配对, 然后就只剩下小的块了, 此时每 4 个小块可以拼成一个 “good group”。于是总的答案就是 $N + (M - 2N)/4$.

时间复杂度: $O(1)$

Prepared by Jiangzhe Yan

D. Sub's problem

显然必须要在 $O(N^2)$ 时间内解决问题。我们不妨采用递推的方式去求解所有的答案。假设我们枚举了起点 l , 并且已经求出了 $ans[l][l], ans[l][l+1], \dots, ans[l][n]$ 。现在我们尝试推出 $ans[l+1][l+1], ans[l+1][l+2], \dots, ans[l+1][n]$ 。其实我们只需减掉数字 a_l 的贡献。

我们可以先扫一遍, 用 $cnt[j]$ 表示 $l+1 \sim j$ 里有多少数字是小于 j 的。

那么显然 $ans[l+1][i] = ans[l][i] - cnt[i]$ 。对 ans 滚存即可

时间复杂度: $O(N^2)$

Prepared by Shibiao Jiang

E. Transportation

注意到两种路径数目只有各 750。我们可以求出两种路径之间每一对是否相交。然后可以使用二分图的最大带权独立集模型, 使用网络流来求答案。树上求两条路径是否相交有点麻烦, 先求出可以先求出两条路径各自的 LCA, 然后需要判一些细

节。

时间复杂度: $O(N \log N + XY \log n + F(X + Y, (X + Y)^2))$

其中 $F(n, m)$ 表示 n 个点 m 条边的图的网络流的时间复杂度。若用线性求LCA的方法, 则第一和第二项可以去掉 $\log n$ 。

Prepared by Jiangzhe Yan

F. Walking in the Graph

显然各个连通块独立, 且只要有一个不合法, 整个就不合法。对于一个连通块, 我们称一个点 i 的度数 d_i 为: 与点 i 直接相连的黑边条数。

根据欧拉回路相关知识, 只要该连通块里, 所有 d_i 都是偶数, 那么从任意一个点开始, 我们一定能找到一条回路经过所有黑边。反之, 如果有一个点 i 的度数是奇数, 必然不合法(因为你走的回路里每一个点度数都是偶数, 如果该点连了奇数条黑边, 显然无法满足要求)。

我们可以用并查集维护每一个连通块, 每次改边的时候维护一下度数即可。

时间复杂度: $O(M\alpha N + Q)$

Prepared by Shibiao Jiang