Editorial For Summer 2018 - Selection Contest 2

Chenjb

2018 年 3 月 25 日

A An Easy Problem

题意

考试有 n 道题目，第 i 道题目来源于第 i 门学科中 C_i 个问题中的一个，概率独立且均等。现在只能预习 k 个问题，求回答问题期望最大值下每门学科的学习问题数量。

题解

显然单门学科，问题越少越优。所以我们贪心选择问题数量最少的学科进行学习，直到 k 个问题被用完。

B Have Fun with String I

题意

给一个只由 1 和 3 组成的字符串，删除最少的数字，使得剩下的串不包含 13。

题解

扫一遍预处理 sum1 和 sum3 数组分别代表前 i 个字符里 1 和 3 的数字个数。

再扫一遍，枚举分割点 i，显然要删去 $[1, i-1]$ 里所有的 1 和 $[i+1, len]$ 里所有的 3，所以代价为 $sum1_{i-1} + sum3_{len} - sum3_i$，扫一遍取最小答案即可。

C Have Fun with String II

题意

给一个字符串，执行 q 次操作，每次操作会改变一个字母，或者询问一个区间 $[l, r]$ 里出现了多少次 y 串，y 串总和不超过 $3 * 10^5$。

题解

开 26 个大小为 N 的 bitset，维护每个字符出现的位置，对于每个询问，开一个 bitset 全部置为 1，枚举 t 串长度依次把相应字符的 bitset 右移 $i-1$ 位 & 到相应的起点，就得到了所有合法的起点，再取出属于 $[l,r]$ 的即可。

D Have Fun with String III

题意

给定一个长度不超过 10^5 的数字串，问添加恰好 k 个加号后所有合法式子之和。

题解

对于当前第 i 位来说，该位若在个位上出现，那么第 i 位和第 $i+1$ 位中间肯定有一个“+”，剩下的 $k-1$ 个“+”分布在剩下的 $n-2$ 个空隙中，所以出现的总次数是 $C(n-2,k)$。同理，在十位上出现的总次数是 $C(n-3,k)$。于是每个数字的贡献值就可以求出来了，累加即可。

所以大体思路是遍历所有可能出现的位数，从个位开始，分成两部分计算，一部分用前缀和计算出前面所有的在该位上的贡献和，另一部分算出当前位置在该位上的贡献值。

对于求组合数，可以先将阶乘预处理出来，然后用乘法逆元求出组合数的值：

$$C(n,m)=\frac{n!}{m!*(n-m)!}$$

再细致分析，我们不妨从末尾到首开始看每一位对总和的贡献：

倒数第一位：贡献了 $C(n-1,k)$ 次个位数

倒数第二位：贡献了 $C(n-2,k-1)$ 次个位数，$C(n-2,k)$ 次十位数

倒数第三位：贡献了 $C(n-2,k-1)$ 次个位数，$C(n-3,k-1)$ 次十位数，$C(n-3,k)$ 次

倒数第四位：贡献了 $C(n-2,k-1)$ 次个位数，$C(n-3,k-1)$ 次十位数，$C(n-4,k-1)$ 次百位数，$C(n-4,k)$ 次千位数

其实每位数贡献很明显，不难想到预处理出 $C(x,k-1)$ 和 $C(x,k)$ 然后利用前缀和思想统计即可。

扩展：请自行思考如果题目变成“至多 K 个”怎么做。

之前练习赛出过了... 懒得换题了，看看大家补题补得怎么样。

E Have Fun with String IV

题意

给定一个长度不超过 10^6 的字符串，对于所有长度 k，询问能否删掉 k 个连续字符，使得剩下的串首尾相连，且没有相同的相邻字符。

题解

可以将删掉 k 个连续字符的问题，化为等价的保留 k 个连续字符的问题。

在相邻字符相同的位置将字符串断开，分成至少一个段，显然选择 k 个连续字符肯定不能跨过一段。在一个长度为 T 的段内选择 k 个连续字符不可行的充要条件是，它的 $T-k+1$ 前缀与 $T-k+1$ 后缀相同。用 Hash 或者 KMP 判断均可。时间复杂度是 O(N)。

F Have Fun with String V

题意

给定 10^5 个 01 串，可以自由改变顺序然后拼接，要求 01 子序列最多。

题解

考虑 A 串和 B 串，A_0、A_1 代表 A 中 0 的个数和 1 的个数，B_0、B_1 同理，设 f(x) 表示 x 串中 01 序列个数。

假设 $f(A+B) > f(B+A)$, $f(A+B) = f(A) + f(B) + A_0 * B_1$, 同理 $f(B+A) = f(B) + f(A) + B_0 * A_1$。

化简之后得到 $A_0 * B_1 > B_0 * A_1$, 即 $\frac{A_0}{A_1} > \frac{B_0}{B_1}$，那么以此为 cmp，sort 之后统计答案就可以了。