Solutions

ACM/ICPC 2016 China-Final

Practice Round

A. Beautiful Numbers

枚举转成B进制以后的位数，显然，位数最多只有60位（二进制）

对于每一个位数i，可以二分进制，注意long long的越界处理。

B. Watson and Intervals

把每一个区间拆成开始位置和结束位置，把所有位置排序以后依次扫描，即可得到覆盖每个小区间的原始区间集合，对于只被一个区间覆盖的进行统计。

最后，取满足条件的最大区间即可。

C. Clash Royale

因为最多一共只有12张牌，每张牌最多10级，所以可以把牌分成2组，每组6张，每组组内暴力枚举，然后合并两组之间的结果。

D. Soldiers

从游戏结束时间开始考虑，只有两种情况：

1、最后一次取的是当时两个维度都最大的那个士兵，游戏结束。

2、如果不存在这样的士兵，最后一次和倒数第二次分别取的是当时两个维度最大的士兵，游戏结束。这个情况下，去掉所有单维度值最大的士兵，递归做。

复杂度可以做到O(nlogn)，为了给大家减轻练习赛压力，O(n^2)的做法就可以过

Final Round

Submitted: 313/390

Problem A. Number Theory Problem

2^k % 7 == 1 ⇔ ((2^k) - 1) % 7 == 0

7 == Binary(111)

((2^k)-1) == Binary(111...11)

显然, 在 (2^k)-1 中 1 的个数需要是 3 的倍数。

所以答案为 n/3

Submitted: 28/114

Problem B. Hemi Palindrome

首先，简化成：已知一个前缀，问以这个串为前缀，有多少Hemi Palindrome。分情况讨论：

前缀长度<=一半：奇位回文＋偶位回文－奇偶同时回文，回文串的个数就是2^(自由位)

前缀长度>一半：当时的前缀已经可以得知是否可能是奇位或者偶位回文。然后根据情况，一样也是统计自由位的个数。

自由位可以通过简单数据结构维护，总复杂度O(n)

Submitted: 64/224

Problem C. Mr. Panda and Strips

考虑枚举左边的区间，用数据结构维护右边区间的长度。

固定左边的区间的左端点，不断向右移动其右端点，同时用数据结构(set)维护所有的极大右区间。

每次移动区间的右端点，将包含与右端点相同颜色的极大右区间调整成至多2个区间即可。

Submitted: 219/1096

Problem D. Ice Cream Tower

假设$B(i, j)$表示第i个ice cream tower中第j个ice cream ball。

假设最后一共拼成了K个ice cream tower，那么任意一种方案一定可以调整成如下排列方案：
$B(1, 1), B(2, 1)..B(K, 1), B(1, 2), B(2, 2)..B(K, 2), B(1, 3), B(2, 3)..B(K, 3)..$

由于$B(i, j)$和$B(i, j - 1)$的距离为$K + 1$，因此$B(i, j) >= 2 * B(i, j - 1)$

最后二分答案，按照该性质贪心检验答案即可。

Submitted: 111/1779

Problem E. Bet

对每个队伍，计算回报比，a:b的回报比是$a/(a+b)$。

然后要铁定赚钱，回报比的和必需<1。所以对回报比排序，从小到大取。

由于实数求和以后可能非常接近1，所以直接使用实数是不正确的做法，使用高精度就可以避免这个精度问题。

Submitted: 69/383

Problem F. Mr. Panda and Fantastic Beasts

传统简单字符串题(?)。

后缀数组，二分答案，分组。

后缀自动机，BFS。

二分答案，Hash。

Problem G. Pandaria

考虑 Kruscal 的过程，合并两个节点时，新建一个节点后把原来的节点视作新节点的左右儿子。

这样可以建出一棵树，每次询问相当于询问这棵树上一个子树颜色的众数。线段树合并/启发式合并即可。

Submitted: 97/155

Problem H. Great Cells

A_g 是恰好有 g 个 Great 格子的填数方案，求 $\text{Sum}\ (g+1)A_g$。
考虑格子 (i, j) 是 Great 对最终答案的贡献：
$\text{Contrib} = \text{Sum}_{k=0}^{K-1} k^{(N-1+M-1)} * K^{[(N-1)(M-1)]}$

$\text{Ans} = \text{Contrib} * N * M + K^{(N*M)}$

Problem I. Cherry Pick

N 种面值的货币：a1, a2, ..., aN；gcd(a1, a2, ..., aN) = k

对于充分大的数，只要能被 k 整除，一定可以用这 N 种货币支付。证明：考虑对某个面值的剩余类做最短路，这个分界点是 O(max(ai)^2) 的。

问题分成两部分：

1、小于分界点的数直接暴力背包

2、大于分界点的数：(q+px)^n=sum q^(n-i)*p^i*x^i，把 x^i 按照 i % k 分成 k 类，每类分别计算。e.g. 计算 C(n,r)+C(n,k+r)+C(n,2k+r)+C(n,3k+r)....。FFT

Submitted: 3/11

Problem J. Mr.Panda and TubeMaster

注意到如果将无向环定向，则对于任意2个连通（在同一个环）且相邻的格子，它们之中必然有一个格子是从南北连向东西，另一个是从东西连向南北。

将矩阵黑白染色，不妨令所有的白格子的方向为东西至南北，所有的黑格子的方向为南北至东西。同时，将每个格子拆成南北节点和东西节点，则矩阵变为有向图，且任意一个环对应矩阵中的一个环。

使用上下界的技巧处理essential cells，对原图求最小费用流即可。

Problem K. Justice Rains From Above

考虑以法鸡为球心作单位球，将每个点映射到球面上，以它们为圆心作N个球面上的圆，答案为选择球面上一个点，使其在最多的圆中。

只需要考虑任意两个圆的交点被多少个圆覆盖即可，Naive的做法是$O(N^3)$的
对于一个圆，算出上面所有的交点，对它们做极角排序扫描，复杂度$O(N^2 \mathrm{Log} N)$

排序时可以通过两个向量的叉积与法向量是否同向进行比较
也可以将枚举的圆旋转到 $z = 0$ 的平面上，则所有交点都是二维坐标，通过计算向量角进行排序

Submitted: 302/480

Problem L. World Cup

简单题

枚举每场比赛的胜负平结果，看每种情况积分是不是和目标积分相同。

最后根据没有相同，一个相同，多个相同，输出不同的结果。