Summer 2013 - Contest 2 by Group B-group

Statistics

Problem	AC	WA	PE	RTE	FPE	SF	TLE	MLE	OLE	CE	Submit
U	7	15	0	0	0	0	1	0	0	0	23
V	16	21	0	1	1	10	8	0	0	1	58
W	8	37	0	1	0	12	4	2	1	0	65
X	19	47	0	3	2	0	7	0	0	2	80
Y	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	6
Z	1	13	0	0	0	0	2	0	0	2	18
Summary	51	139	0	5	3	22	22	2	1	5	250

An Easy Game

题目大意

给出两个 01 串，问从一个串转换成另一个串的方案数。

转换的方式是分为 k 步，每一步要把当前串的 m 个位置把 0 变成 1,1 变成 0

解题思路

注意到对于某个位置，它与目标状态只存在两种状态，相同 {(0,0),(1,1)} 或者不同 {(0,1),(1,0)}

用 dp[i][j] 表示第 i 步，当前串有 j 个位置与目标串不同，经过简单的推导就能得出转移方程

答案为 dp[k][0]

Consecutive Blocks

- 题目意思就是取出若干个颜色相同的方格，按照位置排序，要求相邻间距之和 S ≤ K，并且方块最多
- 不同颜色是互不干扰的，假设总共有 M 种颜色，开 M 个 vector 分别存放每种颜色的位置。
- 对于每种颜色，分别求出最大值，求最大值的方法可以用 two pointers 。
- 时间复杂度为 O(N+NlogN)

Grouping

题目大意

给出 n 个人中 m 对年龄关系，求一个最小的分组方法，使得所有组中的人不能通过给出的关系判断年龄大小

给出的年龄关系为大于等于

解题思路

先考虑如果题目给出的关系是大于
那么给出的一个森林
答案显然为森林里的最长链

解题思路

考虑大于等于的情况

有可能有环

环上的所有点必须在不同的分组

问题等价于给每个点加上权值，求出一条权值和最大的链

做法：强连通分量缩点，拓扑排序 dp

X Singles' Day

给定基数 b 和 1 的个数 N，判断 M=$(11\ldots1)_b$ 是否为质数

只有当 N 是质数的时候， M 才可能是质数

注意 b，N 的范围； 直接判断 M 是否为质数即可， 注意要用 long long 或 unsigned long long 保存

Tragedy Organ

某有一个圆形的器官，每年，这个器官中会有一个病灶点出现，出现器官上所有点概率相同，然后必须切掉这个病灶点，于是只能保留这个器官内完整的最大的一个圆形的部分。这样年复一年，器官越来越小，当器官小于原有的一定比例时，某就会死亡。求某的期望寿命还有多长 .

Tragedy Organ

- 先做单位化，假定圆半径小于 1 的时候死亡。
- 易得积分表达式：

$$E(x)=\begin{cases}0 & \text{x<1}\\ 1 & \text{x = 1}\\ \int_0^x \frac{2r}{x^2}E(\frac{x+r}{2})\mathrm{d}r & \text{x>1}\end{cases}$$

作一点变形

$$\frac{x^2}{4}(E(x)-1)=\int_{\frac{x}{2}}^{x}(2t-x)E(t)\mathrm{d}t$$

Tragedy Organ

- 两边关于 x 求导，略加化简

$$\frac{x}{2}(E(x)-1)+\frac{x^2}{4}E'(x)=xE(x)-\int_{\frac{x}{2}}^{x}E(t)\mathrm{d}t$$

  - 将 x=1 带入上式 , 可以求得 E'(x) =4
  - 再两边求导 , 化简

$$x^2E''(x)+2E(x)=2+4E(\frac{x}{2})$$

- 左边是 Euler-Cauchy 方程，得到通解

$$\sqrt{x}\cos(\frac{\sqrt{7}}{2}\ln x),\sqrt{x}\sin(\frac{\sqrt{7}}{2}\ln x)$$

Tragedy Organ

- 当 $1<x<2$ 时，由 E(x) 在 x=1 处为 1 、导数是 4 ， E(x/2)=0 可以得到

$$E(x) = 1 + \frac{8}{\sqrt{7}}\sqrt{x}\sin(\frac{\sqrt{7}}{2}\ln x)$$

- 当 $2<x<4$?, 可能的结果

$$y_1(t) = 3 + e^{\frac{t}{2}}(\frac{2y_0'(\ln 2) - y_0(\ln 2) + 1 + \frac{78}{7}}{\sqrt{7}}\sin\frac{\sqrt{7}t}{2} + (y_0(\ln 2) - 3 - \frac{32t}{7})\cos\frac{\sqrt{7}t}{2})$$

Treasure Hunting

考虑 xi,yi,xj,yj 的奇偶性，偶数为 0 奇数为 1，然后有 16 种情况，这里就不列出来了。

最后符合情况的有以下几种

0 1 1 1 奇数，符合

1 0 1 1 奇数，符合

1 1 0 1 奇数，符合

1 1 1 0 奇数，符合

0 0 0 1 奇数，符合

0 0 1 0 奇数，符合

0 1 0 0 奇数，符合

1 0 0 0 奇数，符合

Treasure Hunting

观察后发现要么 xi,yi 奇偶性相同， xj,yj 奇偶性不同，要么 xi,yi 奇偶性不同， xj,yj 奇偶性相同

根据这个我们把点分成两类

1.xi,yi 奇偶性相同

2.xi,yi 奇偶性不同

如果满足 gcd(xi XOR yi XOR xj XOR yj, p)=1，那么 i,j 连一条边，最后得出来的图应该是一个二分图

然后可以发现，对于同一条边的端点我们只能取一个，这样答案就构成了二分图的一个点独立集，这个问题转化为求二分图的最大点权独立集

用最大流最小割定理可以解决。