

Fruit Ninja

明显与 5 的倍数有关，于是分类讨论：

一、如果 m 不是 5 的倍数，显然加分可以很快结束，直接模拟就行了

二、如果 m 是 5 的倍数的话

I、如果 n 是 5 的倍数，那么答案肯定是 INF，只要原始得分是 5 的倍数

II、 n 不是 5 的倍数

1、对于当前分数，如果是 5 的倍数，那么肯定是分数一直+m 直到

到达 55, 555 这类的数，最后在加 $m+n$ ，然后即两个条件都不满足，加分结束。(看到很多 wa 的都直接判断 $m\%5==0$ 就是 INF，应该是没考虑到这种情况)

因为题目保证答案不超 long long，那么只需对 5, 55, 555, …… 5555555555555555555555

逐一验证，如果这几个数都达不到的话那么，最后肯定是 INF。

2、如果当前分数不是 5 的倍数，直接模拟，直到分数为 5 的倍数，转到 1

要做出这道题，只要知道上面几点就行了

下面继续说明，为什么达不到 5, 55, 555, ……5555555555555555555555 这几个数就是 INF

设 $m=5*k$ ，分数为 $5*p$

那么达到那几个数的条件是 $5*k*t+5*p=555\cdots55$ ， t 代表第一个条件加分加的次数

化简就是 $k*t+p=111\cdots11$

这个方程满足的条件是 $111\cdots111$ 和 p 关于 k 同余

如果答案不是 Inf 的话，只有形如 $111\cdots111$ 这类的数模上 k 能取遍 $0\sim k-1$ (因为 p 模 k 能取到 $0\sim k-1$)

因为 $m\leq 50$ ，所以 k 只能取 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

那么模 k 最多有 10 个余数，而在 longlong 内形如 $111\cdots111$ 这类的数有 19 个，所以如果这 19 个数

模上 k 不能取遍 $0\sim k-1$ 的话，那么肯定已经出现了循环，数再大也不行了，肯定是 INF

Game

先求出 Bob 最后值为各个数的概率。之后再对于 Bob 最后的每个值 x ，求出 Alice 最后值大于 x 的概率和等于 x 的概率。

其实只有一个问题，即对于一个给定的 x ，求出区间长度大于等于 len 且区间第 len 小的值大于 x 的个数。

因为等于 x 的情况就是大于 $x-1$ 的区间个数 减去 大于 x 的区间个数。而概率就是区间个数除以总的合法区间个数。

对于这个问题，有个类似滑动窗口的做法。首先数列的每个数只有两种性质，大于 x ，或者小于等于 x 。

枚举选取区间的左端点 i , 可以得到从某个 j (包括 j) 之后的所有右端点区间第 len 小值都不超过 x , 而满足的这个 j 就是

$j = \min\{j \mid \text{sigma}(\text{bool} a[k] \leq x) \geq len, i \leq k \leq j\}$;

则此时满足要求区间个数为 $\text{sigma}(\text{max}(0, j - i - len + 1))$; 由于 j 随着 i 的增加而不减, 因此可以在 $O(n)$ 的时间内完成。

本题总的复杂度是 $O(n^2)$.

Hongshu

这道题由于数据范围保证了在 10000 年之内一定能够完成所有工作, 因此我们可以通过枚举时间的方式对每项任务求出对应的时间, 算法的大致流程如下:

1、令当前时间为 2001 年 1 月 1 日 10 点

2、循环读入每个任务请求

a、如果当前时间小于任务送达的时间, 就把当前时间设为满足下面几个条件的最早的时刻, 否则当前时间不变。

-首先必须在星期一到星期五, 其次必须在 10 点到 18 点之间, 而且必须大于等于任务送达的时间

b、按照题目要求, 求出 Hongshu 完成任务时的时间 (也就是工作 T 小时之后的时刻, 同样需要注意不要在双休日工作~)

c、输出答案, 并将当前时间定为完成任务的时间

枚举有两种方法

1、按小时枚举, 比较暴力, 但考虑的特殊情况相对较少, 考虑了星期五的情况之后, 还需要注意一个地方:

如果当前是某天的 18 点, 那么再工作一个小时之后是次日的 11 点

如果是为了求“大于等于任务送达时间的最早的时刻”, 那么从某天的 18 点出发, 下一个需要枚举的是次日的 10 点。

2、按天枚举, 其实就是每天工作 8 个小时, 一共 T 个小时, 求一共需要工作几天之类的问题, 其实和小时枚举差不多, 嗯, 大约就是 20msAC 和 200msAC 的区别, 无关大局。

另外输入是按照时间顺序来的, 如果读入又排了个序的话, 对于同一时刻的多个任务处理不当的话可能会挂的哟。

Improving Roads

解法 1: 我们定义用 Dijkstra 算法扩展出的生成树为最短路生成树。本题就是求最小的最短路生成树。回忆 Dijkstra 算法的过程, 维护已确定最短路的点集 S 和未确定最短路的点集 T , 每次从 T 中找出距离值最小的点 u 加入 S , 并用 u 去更新 T 中的点的距离值。多解出现在, 把 u 加入生成树的边可能有多个。然而加最小的边肯定是最优的。因为一旦加入生成树, 对后面没有任何影响, 所以当前最优即可保证全局最优。

解法 2: 由条件 1 可知, 最后答案的每条边肯定在从起点到某个点的某条最短路路上。因而可以先求出满足这个要求的所有边。即先用 dijkstra 或者 spfa 求

出起点到每个点的最短路 $dis[i]$,接着对于原图中的任何一条边 (u,v,w) ,假如 $dis[u]+w=dis[v]$,则这条边在从起点到点 v 的某条最短路路上。所有满足的这些边构成一个新的图 $G'=(V',E')$ 。

根据条件 2,就是在新图 G' 上求最小树形图(因为是有向边)。但仔细分析可以注意到新图 G' 是一个拓扑图,用 $ans[v]=\min\{w|(u,v)\in E'\}$,则最小生成树的边权总和 $sum=\sum ans[i](1<i\leq n)$ 。理由如下:除了起点,每个点都是取的它最小的入边,由于是最小生成树,入边是必须的,因而最优值不可能小于这个值。由于这些点都有入边,因而他们必然能如某个入度为 0 的点到达,而入度为 0 的点就只有起点,因而所有这些点是相连的。

Jack and Rose

首先 Jack 取的是左边的一段, Rose 取的是右边的一段,所以可以把在每个点相遇,两个人的胜负情况预处理出来。然后分类讨论:

a.偶数个 slot: 记中间两个 slot 为 $k, k+1$;

1、要是在 k 相遇 Jack 能够赢,那么第一步 Jack 将 B 往左移动一步,以后 Jack 的选择是上一步 Rose 移动棋子的另外一个,即和 Rose 相反,那么总能够在 k 相遇;

2、要是在 $k+1$ 相遇 Jack 能够赢,那么第一步 Jack 将 A 往右移动一步,以后 Jack 的选择是上一步 Rose 移动棋子的另外一个,即和 Rose 相反,那么总能够在 $k+1$ 相遇;

3、如果两个点都是 Jack 输的话, Rose 每一步都和 Jack 选择相反的棋子移动,最终将在 k 或者 $k+1$ 相遇, Jack 将输给 Rose;

4、最后如果两个点有一个是 Jack 输,一个是平局(或两个都是平局)按照上面的策略 Jack 可以保证在平局的那个点相遇,当然 Rose 就更不可能输了,所以结果是平局。

b.奇数个 slot: 记中间那个 slot 为 k ;

1、在 k 点 Jack 输, Rose 每一步都和 Jack 选择相反的棋子移动,那么将保证最终他们在 k 相遇,所以, Rose 就赢了;

2、在 k 点是平局,那么只要 Rose 还是按照情况 1 (在 k 点 Jack 输)的策略 Rose 至少不会输,那么只要看 Rose 怎么赢

1) 在 $k-1$ 和 $k+1$ 相遇都是 Jack 输,那么 Rose 在最后一步之前,都和 Jack 选择相反的棋子,最后一步和 Jack 选择相同的棋子, Rose 也将获胜(要么在 $k-1$ 相遇了,要么在 $k+1$ 相遇了);

2) 否则(在 $k-1$ 和 $k+1$ Jack 不都是输),那么现在的情况是 $k-1$ 与 k , k 与 $k+1$, 这两组至少有一组 Jack 在两个点都不输,我们不妨设是 k 与 $k+1$, Jack 第一步可以把 A 往右移(如果是 $k-1$ 与 k , 把 B 往左移),那么剩下的 slot 就是偶数个,并且中间点是 k 和 $k+1$,参照上面偶数第三种情况,以后 Jack 每步都选择和 Rose 相反的棋子移动,最终在 k 或 $k+1$ 相遇,所以 Jack 不会输,这样结果就是平局了。

3、在 k 点是 Jack 赢

1) 在 $k-1$ 和 $k+1$ 相遇都是 Jack 输, Rose 采取情况 2 (在 k 点平局)的第一种情况的策略, Rose 赢。

2) 在 $k-1$ 和 $k+1$ 点有一个是 Jack 赢, 只要 Jack 采取情况 2 的第二种情况的策略, Jack 就赢了。

3) 在 $k-1$ 和 $k+1$ 一个是 Jack 输, 一个点是平局(或都是平局), Rose 采取情况 2 第一种情况的策略, Jack 采取情况 2 的第二种情况的策略, 两者都不会输, 结果是平局。

PS:

大家可以发现偶数只和中间两个点有关, 奇数只和中间三个点有关, 所以怎么写简单点, 你懂的。

看了 AC 的程序, 都是判断如果两者必胜策略都不存在就是 tie, 但这样还是有点不严谨, 虽然事实确实如此, 因为根据上面的分析只要自己必胜策略不存在, 对方就一定存在不输的策略, 标程也是这样写的。

KKX Sequence

对于序列的一种排列 $A[1], A[2], \dots, A[N]$;

最后的结果为 $C[N-1][0] * A[1] - C[N-1][1] * A[2] + C[N-1][2] * A[3] \dots + (-1)^k$
 $* C[N-1][k] * A[k+1] + \dots + (-1)^{(N-1)} * C[N-1][N-1] * A[N]$;

其中 $C[N-1][i]$ 代表组合数 $C(n-1, i)$, 这个可以通过递推得到 (Hint: 杨辉三角)

上述公式可以用数学归纳法证明;

所以, 我们将 $(-1)^k * C[N-1][k], k = 0, 1, \dots, N-1$. 按照从小到大排序;

再将 $A[k], k = 0, 1, \dots, N$. 按照从小到大排序;

最后将两个序列求内积 (对应位相乘后相加) 就是最终结果。

另外, 最后的结果最大为 $(2^{49}) * 1000$, 在 long long 范围内。

关于为什么排序之后得到的结果一定是最优的, 同样可以通过数学归纳法予以证明, 对于长度为 2 的数组, 结论显然成立, 而关于归纳法的第二步, 如果对于长度为 2^k 的数组这个结论都成立, 对于长度为 $(k+1)$ 的数组结论为什么一定成立, 希望大家仔细思考一下。